

Une approche de calcul du point de commande de pièces de rechange dans le cas d'un taux d'avarie non essentiellement constant : Application aux pompes de captage de N'djili

KAYALA KINDENGE Teddy

Paper History

Received : June 29, 2019
Revised : May 11, 2020
Accepted : August 28, 2020
Published : November 27, 2020

Keywords

Order point, mechanical spare parts, failure rate, Weibull law

ABSTRACT

An approach for calculating the spare parts ordering point in the case of a non-essentially constant damage rate: Application to N'djili collection pumps

This article presents an approach for calculating the spare parts order point in the case of a variable failure rate using the more general Weibull type reliability law than that for constant Poisson rates. The context concerned is the case of an industrial park whose definition of spare parts to be kept in stock is made, the supply periods already set with the suppliers and the operational reliability data also indicated. The different types of maintenance are considered, a probabilistic expression of the risk of out of stock is established for this approach in the case of residual or complementary corrective maintenance and is used for the verification of the variable failure rate model to the particular case of the Poisson model. An application to the pumps of the N'djili station is done and shows the influence of shape and scale parameters on the alert threshold and on the shape of the temporal evolution curve of spare parts stock.

Département de Génie mécanique, Faculté polytechnique, Université de Kinshasa, Kinshasa, R.D. Congo.
Corresponding author, e-mail: teddykayala@gmail.com

INTRODUCTION

La maîtrise de volume de stock de pièces de rechange pour un parc machine industriel requiert une estimation raisonnée de besoins de consommations prévisionnels appuyée par une bonne maîtrise de seuils d'alerte pour réapprovisionnement ou points de commande [TANONKOU, 2007] qui sont les points à partir desquels l'on devrait lancer les commandes pour les différents articles à tenir en stock en magasin.

Le calcul du point de commande pour un article donné revêt un caractère de retour d'expérience dans ce sens qu'il considère d'une part les données logistiques et initiales au magasin (délais d'approvisionnement fonction de fournisseurs habituels, quantités de stockage adoptées au départ) et d'autre part les données de fiabilité opérationnelle dont essentiellement le taux de défaillance ou taux d'avarie qui peut être constant dans le cas général d'applications électroniques ou carrément généralement variable [LANTERNIER et al.,

2006] dans le temps dans le cas de pièces mécaniques ou électromécaniques.

Quelques ouvrages abordent la question de gestion de pièces basée sur la fiabilité sans une loi de fiabilité globale [HENON, 1955 ; ZIMMERN, 1957 ; GIVRY, 1965] en faisant usage, soit séparément soit par défaut, du modèle de Poisson qui est limité malheureusement au cas d'un taux d'avarie constant. Cependant, pour les parcs machines complexes industriels, le taux d'avarie pour certaines pièces serait non essentiellement constant [TEBBI, 2005] et il faudrait aborder le calcul de leurs points de commande autrement. La présente étude propose une approche de calcul du point de commande dans un contexte de taux d'avarie variable en faisant appel à la loi de fiabilité type Weibull qui est plus générale, elle vérifie ensuite que ce modèle couvre celui de Poisson. Pour cela, la notion du taux d'avarie, puis le modèle de Poisson du calcul du point de commande sont présentés, et ensuite le modèle est

abordé en distinguant les cas de consommation en fonction de types de maintenances associés tout en définissant la notion du risque de rupture de stock qui servira de base pour la confrontation de notre approche au cas d'application du modèle de Poisson. Une application au cas de pompes de la station de captage d'eau de N'djili a enfin été faite.

MATERIEL ET METHODES

Aspects mathématiques du taux d'avarie et loi de weibull

Soient N_0 le nombre de machines en fonctionnement à l'instant t_0 ; à un instant quelconque t , on a $N(t)$ machines en fonctionnement. La fonction $N(t)$ est naturellement décroissante ($\Delta N < 0$) et le taux d'avarie ou de défaillance est défini comme suit [TEBBI, 2005] :

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{-\Delta N}{N(t) \Delta t} = -\frac{1}{N} \frac{dN}{dt} \quad (1)$$

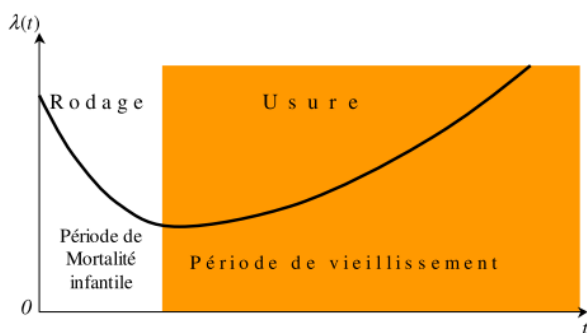


Figure 1 | Courbe du taux de défaillance en mécanique [TEBBI, 2005]

Pour les dispositifs mécaniques (Figure 1), le palier sur la courbe succédant à la phase de rodage est éphémère [TEBBI, 2005], car il y a rapidement apparition de la branche croissante d'usure mettant ainsi en cause l'hypothèse d'un taux d'avarie constant.

Avec l'expression de la loi de fiabilité de Weibull ci-après

$$R(t) = \exp \left[-\left(\frac{t-\gamma}{\eta} \right)^\beta \right] \quad (2)$$

qui recouvre toute une famille de lois de fiabilité, la fonction d'évolution temporelle du taux d'avarie est:

$$\lambda(t) = \frac{dR}{dt} \times \frac{1}{R(t)} = \frac{\beta}{\eta} \times \left(\frac{t-\gamma}{\eta} \right)^{\beta-1} \quad (3)$$

avec γ : paramètre d'origine des temps ou de position ; β : paramètre de forme, caractéristique du phénomène de dégradation naturelle ($\beta = \dots 2$ pour une dégradation par fatigue; $\beta = \dots 3,45 \dots$ pour le cas de l'usure ; ...); η : paramètre d'échelle.

L'équation (3) montre que le taux d'avarie ne dépend pas du temps lorsque $\beta = 1$; c'est le « minima » sur la courbe du taux de défaillance (Figure 1) à la jonction entre la phase de rodage et la phase d'usure [TEBBI, 2005].

On définit en outre :

➤ La fonction de répartition $F(t)$ par :

$$F(t) = 1 - R(t) \quad (4);$$

➤ La moyenne de temps de bon fonctionnement MTBF [TAYLOR et RANGANATHAN, 2013] qui, pour la loi de Weibull [KAMANDE et al., 2018] est donnée par l'expression : $MTBF = x\eta + \gamma$ (5) où x est fonction du paramètre de forme (Annexe A).

Modele de poisson pour le calcul du point de commande

Le modèle de Poisson est celui qui concerne le cas d'un taux d'avarie constant car il servira d'élément de test de vérification pour ce cas.

Lorsque le taux de défaillances ne dépend pas du temps, les casses sont dites imprévisibles et la politique de maintenance indiquée dans ce cas est la maintenance corrective.

La probabilité qu'il y ait n défaillances au cours du temps t est [GIVRY, 1965]:

$$P_n = \frac{\lambda^n \times t^n}{n!} \times \exp(-\lambda \times t) \quad (6)$$

Sur une durée correspondant au délai de ravitaillement D , on aura :

$$P_n = \frac{\lambda^n \times D^n}{n!} \times \exp(-\lambda \times D) \quad (7)$$

En fixant P_n , on obtient le point de commande :

$$X = n \quad (8)$$

Méthode proposée pour le calcul du point de commande pour un taux d'avarie variable

Partant des vérités suivantes pour consolider l'approche :

- Le modèle de Poisson pour les « casses imprévisibles » appliqué au cas $\beta = 1$ n'est adapté qu'à l'hypothèse d'un taux d'avarie constant.
- Dès lors qu'il y a éventualité d'une variabilité du taux d'avarie, il y a également éventualité d'une recommandation de maintenance préventive ;
- La maintenance préventive ne peut éliminer totalement les défaillances entrant dans le compte de travaux correctifs résiduels ;

La procédure consiste d'aborder le problème du point de commande pour le compte d'une maintenance préventive puis pour celui d'une maintenance corrective.

Calcul du point de commande dans le cadre de la maintenance préventive

Il y a deux types de maintenances préventives [SALTOGLU et al., 2016 ; KUMAR et al., 2016] à savoir la systématique qui se fait suivant un échancier et la conditionnelle qui se fait suivant un niveau seuil de dégradation convenu.

Consommations pour le compte des remplacements systématiques

Pour le compte de la maintenance systématique, les consommations sont connues à l'avance dès lors qu'on a fixé la périodicité T_{sys} de remplacement systématique. Cette dernière fait l'objet de calculs abordés par certains auteurs dont LYONNET [2000] et KAMANDE *et al.* [2018]. Il y a lieu de préciser qu'il s'agit d'un temps cumulé de service.

LYONNET [2000] donne en effet un exemple de calcul du temps de remplacement [KAMANDE *et al.*, 2018] avec notamment les paramètres techniques de fiabilité ci-après : $\beta = 2$, $\eta = 300$ h, $\gamma = 0$ et il trouve $T_{sys} = 44,6$ h.

Si N_0 est le nombre de pièces de même type concernées initialement pour l'ensemble des consommateurs (dans des conditions identiques et sans dépendance série ni parallèle), la quantité de pièces de type donné à mettre initialement en stock juste pour des remplacements systématiques durant le délai dans un contexte de délai de réapprovisionnement D est Q tel que :

$Q = N_0$ si $T_{sys} \geq D$; dans ce cas, le point de commande est :

$$(X)_{sys} = Q - N_0 = 0$$

$$(X)_{sys} = 0$$

$Q = 2N_0$ si $T_{sys} < D < 2T_{sys}$; dans ce cas, le point de commande est :

$$(X)_{sys} = Q - N_0 = N_0$$

$$(X)_{sys} = N_0$$

Reprenant l'exemple ci-dessus de LYONNET [2000] avec en outre un délai d'approvisionnement de 2 semaines pour 2 équipements en état de besoin et fonctionnant simultanément en 4 heures par jour, on a ce qui suit :

44,6 heures correspondront dans ce cas à $\frac{44,6}{4} \approx 11$ jours de service.

Comme $22 \text{ jours} > D = 14 \text{ jours} > 11 \text{ jours}$, on a $Q = 2N_0 = 2 \times 2 = 4$ qui permet de couvrir le besoin pour l'intervention systématique au bout des premiers 11 jours, moment où l'on doit également lancer la commande car :

$$X = 2N_0 - N_0 = N_0 = 2$$

Pour assurer la prochaine intervention systématique qui apparaîtra avant la livraison, vu que $D > T_{sys}$

Consommations pour le compte de la maintenance conditionnelle

Les interventions en maintenance conditionnelle étant déclenchées par des alarmes [HENG, 2002] apparaissant dans une marge d'avance par rapport à la panne, les consommations y afférentes peuvent être traitées comme s'il s'agissait de

demandes pour des interventions correctives suite à des pannes « plus tôt ».

Il est nécessaire d'exprimer le caractère anticipatif de l'alarme au regard de la panne. Or, la variation de η entraîne une variation proportionnelle pour la fonction densité de probabilité de défaillances telle que :

$$f(\eta = k) = \frac{f(\eta=1)}{k} \quad (9)$$

avec $k > 0$

Le caractère anticipatif se traduira par $f(\eta = 1)/k$ élevé ; ce qui exige k faible. Comme $k = \eta$; et si, par ailleurs, on considère le cas limite d'une alarme aussi proche que possible de la panne, le choix de k dans l'intervalle de confiance de η [η_{min}, η_{max}] conduit à

$$f(\eta = \eta_{min}) = \frac{f(\eta=1)}{\eta_{min}} \quad (10)$$

Calcul du point de commande dans le cadre de la maintenance corrective - corrective résiduelle ou complémentaire dans la phase de vieillissement

Pour la phase de vieillissement, les consommations ne sont plus considérées comme constantes.

Partant de la définition de quelques paramètres à partir d'une représentation de décroissance du niveau de stock dans le temps (Figure 2). Ne connaissant pas à ce stade la forme de la courbe mais sachant au moins que le stock ne peut que diminuer dans le temps avant le réapprovisionnement ; les points marqués seraient sur un réajustement linéaire de ladite courbe. Soient (Figure 2) θ le moment où l'on devra lancer la commande, Q la quantité d'articles en stock au départ (t étant sa valeur dans le temps), X le point de commande recherché et D le délai d'approvisionnement, le besoin en pièce durant le délai D dépend de la probabilité de défaillances sur cette même période.

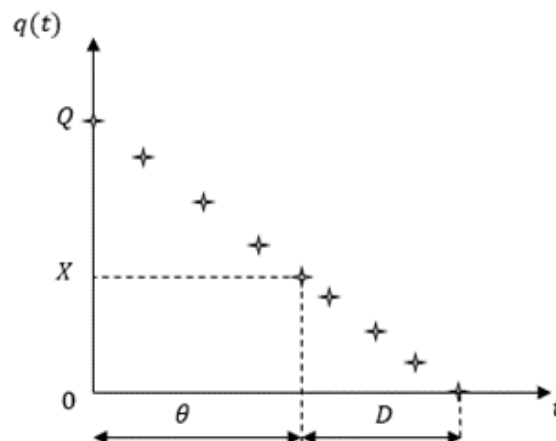


Figure 2 | Point de commande

La probabilité cumulée de pannes entre l'instant 0 et un instant t est égale à $F(t)$ qui est la valeur instantanée de la

fonction de répartition définie à l'équation (4). Par ailleurs, le stock q à un instant t est défini par :

$$q(t) = Q - F(t) \quad (11)$$

Pour N_0 équipements consommateurs, la relation précédente devient :

$$q(t) = Q - N_0 \times F(t) \quad (12)$$

Le stock $q(t)$ s'épuise juste à $\theta + D$ si Q vérifie l'équation :

$$0 = Q - N_0 \times F(\theta + D) \quad (13)$$

Ce qui permet d'écrire :

$$Q = N_0 \times F(\theta + D) \quad (14)$$

De cette dernière relation, on tire :

$$F(\theta + D) = \frac{Q}{N_0} \quad (15)$$

Or, de l'équation (4) :

$$R(t) = 1 - F(t) \quad (16)$$

On peut donc écrire :

$$R(\theta + D) = 1 - F(\theta + D) = 1 - \frac{Q}{N_0} \quad (17)$$

Utilisant ici la loi de Weibull qui est plus générale et, d'après elle, on a :

$$R(\theta + D) = \exp \left[- \left(\frac{\theta + D - \gamma}{\eta} \right)^\beta \right] \quad (18)$$

Lorsque les historiques d'étude du comportement du matériel démarrent dès la première mise en service, le paramètre d'origine (γ) est nul, soit $\gamma = 0$ et l'équation (18) devient :

$$R(\theta + D) = \exp \left[- \left(\frac{\theta + D}{\eta} \right)^\beta \right] \quad (19)$$

Ce qui nous amène à :

$$1 - \frac{Q}{N_0} = \exp \left[- \left(\frac{\theta + D}{\eta} \right)^\beta \right] \quad (20)$$

Introduisons les logarithmes népériens, on obtient la relation :

$$\ln \left(1 - \frac{Q}{N_0} \right) = - \left(\frac{\theta + D}{\eta} \right)^\beta \quad (21)$$

$$\text{Donc, } \theta + D = \eta \times \left[- \ln \left(1 - \frac{Q}{N_0} \right) \right]^{\frac{1}{\beta}} \quad (22)$$

$$D'ou : \theta = \eta \times \left[- \ln \left(1 - \frac{Q}{N_0} \right) \right]^{\frac{1}{\beta}} - D \quad (23)$$

Et, finalement, on obtient le point de commande :

$$X = q(t = \theta) = Q - N_0 \times F(\theta)$$

Donc :

$$X = Q - N_0 \times F(\theta) \quad (24)$$

Etablissement de l'expression du risque de rupture de stock

En vue de procéder au test de cohérence de résultats entre le présent modèle et celui de Poisson, il faudra fixer les mêmes bases, à savoir la même base de comparaison, notamment le même niveau de risque de rupture de stock qui est déterminant pour le résultat du point de commande au vu

des équations (6) et (8) pour le modèle de Poisson. C'est ainsi qu'il faut déterminer l'expression de ce risque pour le présent modèle.

Pour ledit modèle, le risque r d'avoir besoin d'une pièce durant le délai D est :

$$F(\theta + D) - F(\theta) \quad (25)$$

Ce qui fait que celui d'avoir besoin de n pièces durant D est :

$$[F(\theta + D) - F(\theta)] * [F(\theta + D) - F(\theta)] * \dots * [F(\theta + D) - F(\theta)] \quad (26)$$

L'équation (25) peut s'écrire aussi :

$$\Pi_1^n [F(\theta + D) - F(\theta)] \quad (27)$$

Et elle donne :

$$[F(\theta + D) - F(\theta)]^n \quad (28)$$

Soit :

$$r = [F(\eta \times [- \ln (1 - \frac{Q}{N_0})]^{\frac{1}{\beta}}) - F(\eta \times [- \ln (1 - \frac{Q}{N_0})]^{\frac{1}{\beta}} - D)]^n \quad (29)$$

RESULTATS

Verification du modele au taux d'avarie variable au cas particulier du modele de poisson

Le modèle établi pour le calcul du point de commande et la détermination de l'évolution du stock dans le temps dans la phase de vieillissement a comme seule hypothèse de démarcation par rapport au modèle de Poisson que les fréquences de pannes sont variables car β peut γ prendre n'importe quelle valeur (Eq. 23, ..., 29). De ce fait, il devrait voir le cas de fréquence de panne constante comme un cas particulier. Cela veut dire que l'on devrait obtenir le même point de commande (ou sinon après arrondissements) que par le modèle de Poisson à l'application au cas de pièces de caractéristique $\beta = 1$.

Pour ce faire, comparons, pour des risques de rupture de stock identiques (soient 2%, 5% et 10%), les points de commande obtenus pour $\beta = 1$ en appliquant le modèle « Weibull » établi d'un côté et celui de Poisson de l'autre.

De SYNDICAT DE L'ECLAIRAGE [2019] en son annexe C, on tire les données de fiabilité (Tableau 1) pour le test de comparaison :

Soit une installation de 10 luminaires LED (en français, DEL : Diode électroluminescente) de ce type pour laquelle le gestionnaire décide de mettre 5 LED en stock initial, le délai d'approvisionnement étant de 24 heures localement.

Si l'installation est à 25°C, le Tableau 1 indique que sur 35000 h survivraient 50 % de LED du même type avec un niveau de qualité d'éclairage d'au moins 85% de la qualité initiale.

Tableau 1. Données de fiabilité – lumineuse LED [SYNDICAT DE L'ECLAIRAGE, 2019]

Température ambiante du luminaire (t _a)	25°C	40°C
Puissance	48 W	48 W
Flux lumineux	6000 lm	5600 lm
Efficacité lumineuse	125 lm/W	116 lm/W
Température de couleur proximale (CCT)	3000 K	3000 K
Indice de rendu des couleurs (IRC)	> 80	> 80
Durée de vie utile médiane L _x (h) et facteur de maintenance associé x	L ₈₅ : 35000 h	L ₈₀ : 35000 h
	L ₈₀ : 50000 h	L ₇₅ : 50000 h
Valeur de défaillance brusque (%) à la durée de vie utile médiane	5% après 35000 h	10% après 35000 h
	10% après 50000 h	15% après 50000 h

Etant donné que les LED sont de matériels basés sur l'électronique (diodes, ...), on est bel et bien dans le cas d'un taux de défaillance constant et l'équation (3) indique bien que $\beta = 1$ dans ce cas où l'équation (2) donne :

$$0,5 = \exp \left[- \left| \frac{35000-0}{\eta} \right|^1 \right], \text{ le paramètre d'origine } \gamma = 0 \text{ étant donné que les LED sont étudiés ici depuis leurs installations à l'état neuf.}$$

Ce qui donne $\eta = 50505$ heures qui, porté dans l'équation (3) donne :

$$\lambda = \frac{1}{50505} = 1,98 * 10^{-5} \text{ défaillance/heure}$$

Expressions de risque de rupture pour chacun de modèles :

« Weibull » :

$$[F \left(\eta \times \left[- \ln \left(1 - \frac{Q}{N_0} \right) \right]^{\frac{1}{\beta}} \right) - F \left(\eta \times \left[- \ln \left(1 - \frac{Q}{N_0} \right) \right]^{\frac{1}{\beta}} - D \right)]^n$$

« Poisson » :

$$\frac{\lambda^n D^n}{n!} \exp(-\lambda D)$$

Vérification pour les différents risques de rupture

Les résultats de calculs sont reportés sur le [Tableau 2](#).

Puisqu'il s'agit des nombres de pièces de rechange, ces derniers doivent être des nombres entiers et les arrondissements se feront toujours à l'entier naturel

immédiatement supérieur peu importe la partie décimale une fois qu'elle est différente de zéro pour se mettre du côté de la sécurité.

Tableau 2. Comparaison entre « Weibull » avec $\beta = 1$ et « Poisson »

	r = 2 %	r = 5 %	r = 10 %
« Weibull »			
θ	34983 heures	34983 heures	34983 heures
F(θ)	0,4998	0,4998	0,4998
F(θ +D)	0,5	0,5	0,5
F(θ +D) - F(θ)	0,0002	0,0002	0,0002
X = n (Calculé par (Eq.29))	1	1	1
« Poisson »			
r	0,02	0,05	0,1
X = n	1	1	1

Application du calcul du point de commande par le modèle « weibull » au cas des pompes de captage de n'djili

Calcul de points de commande de pièces de rechange demandées en maintenance corrective ou corrective résiduelle ou complémentaire sur les pompes de captage de N'djili

Il s'agit d'un ensemble de 8 pompes centrifuges identiques de marque KSB [KSB, 2005] de 475 kW de l'usine de captage de N'djili à Kinshasa-Est.

Tableau 3. Historiques des roulements de captage de N'djili

Durée de bon fonctionnement en heures	Fonction de répartition (F)	Paramètre de forme (β)	Paramètre d'échelle (η) en heures
1176	0,06140351		
1512	0,14912281		
3360	0,23684211		
4344	0,3245614		
7512	0,4122807		
8040	0,5	1,49	9466,9
9292	0,5877193		
11472	0,6754386		
13584	0,76315789		
13944	0,85087719		
20136	0,93859649		

Les relevés des historiques traités par le service de maintenance de N'djili pour les différents organes des dites pompes sont repris dans les [Tableaux 3, 4 et 5](#).

Tableau 4. Historiques de chemises d'arbre de captage de N'djili

Durée de bon fonctionnement en heures	Fonction de répartition (F)	Paramètre de forme (β)	Paramètre d'échelle (η) en heures
1632	0,07446809		
3888	0,18085106		
4344	0,28723404		
7488	0,39361702		
7512	0,5	1,37	10909,5
8040	0,60638298		
12216	0,71276596		
15168	0,81914894		
28872	0,92553191		

Les quantités maximales de stock habituel ainsi que les délais d'approvisionnement pour chacun de ces organes d'après le service de maintenance de N'djili sont repris dans le [Tableau 6](#).

Tableau 5. Historiques de coussinets de captage de N'djili

Durée de bon fonctionnement en heures	Fonction de répartition (F)	Paramètre de forme (β)	Paramètre d'échelle (η) en heures
1521	0,05223881		
1992	0,12686567		
4344	0,20149254		
7512	0,2761194		
8040	0,35074627		
10416	0,42537313		
11208	0,5	2,36	10347,6
11352	0,57462687		
11472	0,64925373		
11568	0,7238806		
12216	0,79850746		
13368	0,87313433		
15168	0,94776119		

Calculons, pour chaque organe, le nombre de pièces au point de commande pour le compte des interventions correctives.

Pour les roulements, l'équation (23) donne :

$$\theta = 9466,9 \times \left[-\ln \left(1 - \frac{5}{8} \right) \right]^{(1,49)} - 168$$

$$\theta = 9176,7 \text{ heures}$$

$$X = Q - N_0 \times F(\theta)$$

$$X = 5 - 8 \times F(9176,7)$$

$$F(9176,7) = 1 - R(9176,7)$$

$$R(9176,7) = \exp \left[- \left(\frac{9176,7}{9466,9} \right)^{1,49} \right] = 0,3849$$

$$F(9176,7) = 1 - 0,3849 = 0,6151$$

$$X = 5 - 8 \times 0,6151 = 0,08$$

Tableau 6. Stocks maxi et Délais d'approvisionnement

Organe	Stock maxi	Délai d'approvisionnement
Roulement	5	7 jours (soit 168 heures)
Chemise d'arbre	3	3 jours (soit 72 heures)
Coussinet	4	3 jours (soit 72 heures)

Et, puisque le point de commande doit être un entier, il sera pris à l'entier immédiatement supérieur au résultat décimal obtenu, soit ici : $X = 1$

Cette procédure de calcul est faite ainsi pour chaque organe et les résultats sont repris dans le [Tableau 7](#).

Tableau 7. Calcul de points de commande pour chaque organe

	Roulements	Chemises d'arbre	Coussinets
θ	9176,7	6215,3	8787,2
$R(\theta)$	0,3849	0,6296	0,5067
$F(\theta)$	0,6151	0,3704	0,4933
X	1	1	1

Tableau 8. Evolutions de stocks

t en heures	Roulements q(t)	Chemises d'arbre q(t)	Coussinets q(t)
0	5	3	4
1500	5	3	4
3000	4	2	4
4500	3	1	3
6000	2	1	3
7500	1		2
9000	1		

Détermination de courbes d'évolution de stock dans le temps (images des consommations) pour chaque organe

A partir des équations (2), (4) et (12), les calculs des quantités en stock $q(t)$ pour différents temps t ont été

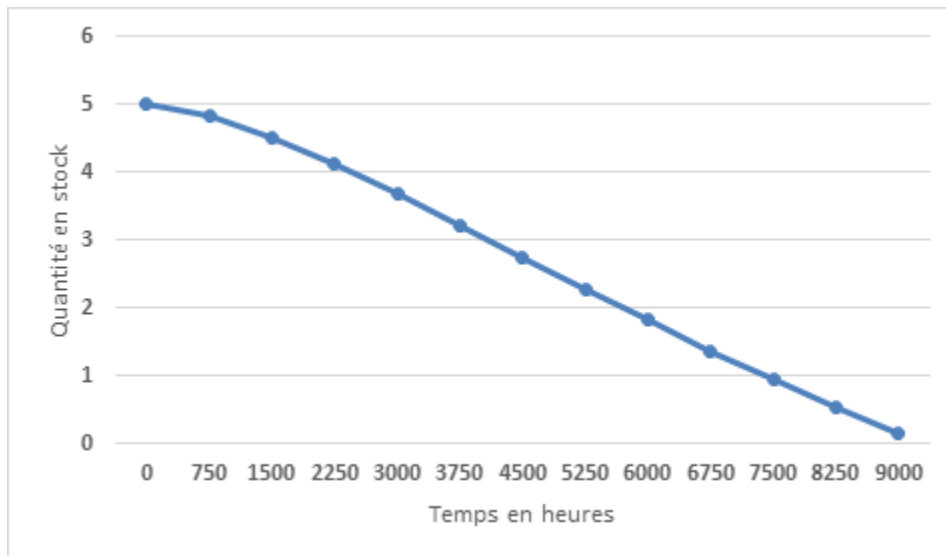


Figure 3\ Evolution du stock de roulements

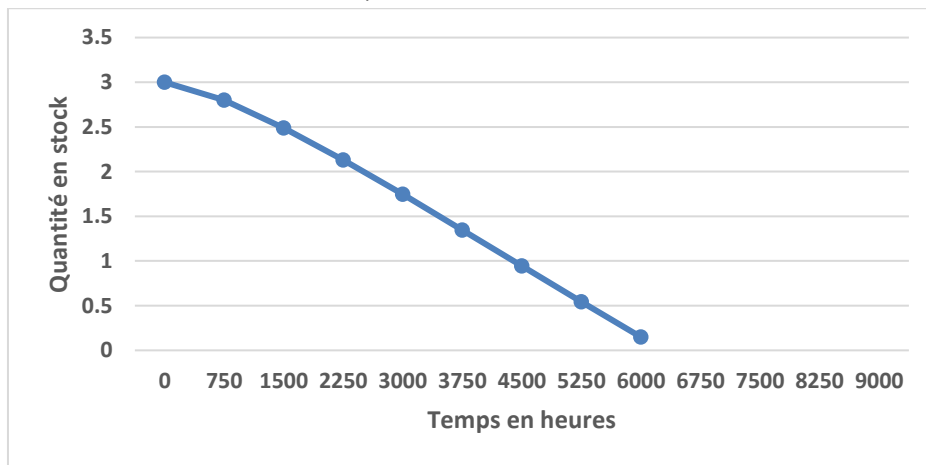


Figure 4\ Evolution du stock de chemises d'arbre

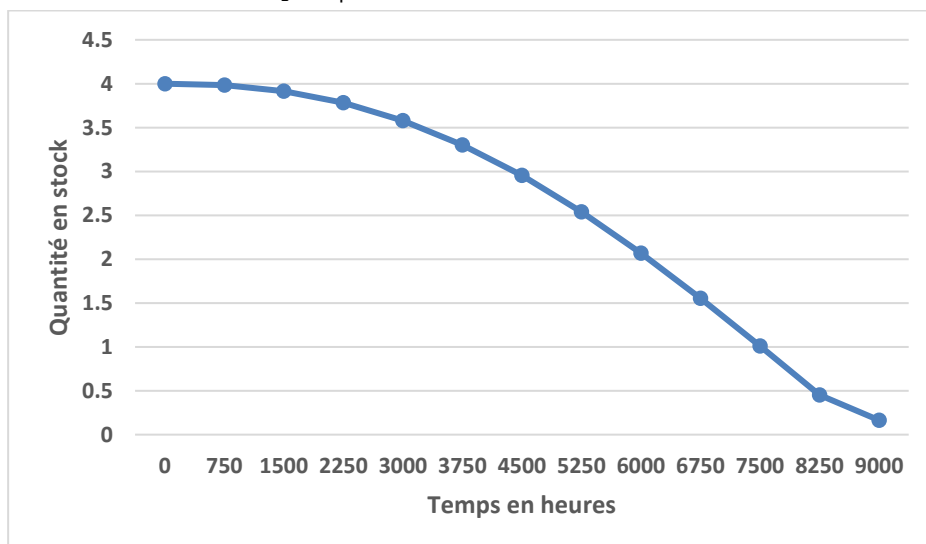


Figure 5\ Evolution du stock de coussinets

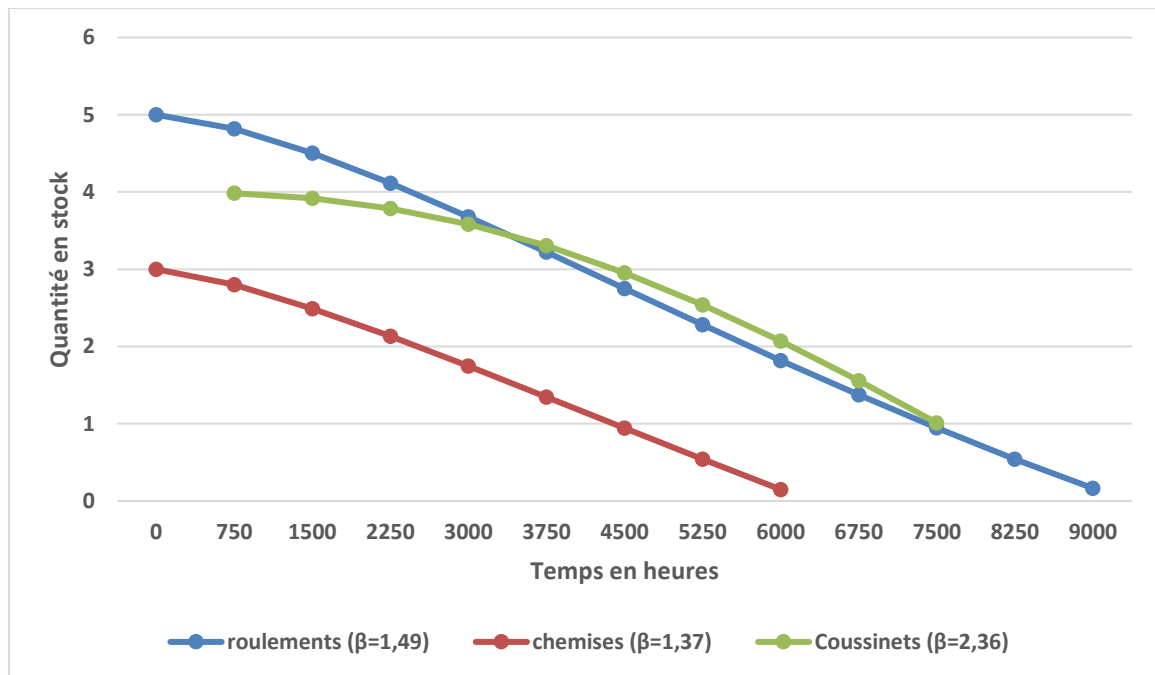


Figure 6 | Influence du paramètre de forme sur l'allure de l'évolution du stock

effectués, pour chacun des organes; les résultats obtenus sont consignés dans le Tableau 8 et les Figures 3-6.

La Figure 6 met en évidence l'effet de la variation du paramètre de forme et donc de celle du taux d'avarie sur la forme de la courbe d'évolution de stock dans le temps.

DISCUSSION

Les calculs du point de commande dans le cas particulier où le taux d'avarie est constant fournissent chaque fois le même résultat à savoir la même quantité de pièces au point de commande tant pour le modèle proposé que pour le modèle de Poisson [GIVRY, 1965] pour un même risque de rupture de stock [HENON, 1955].

Eu égard aux résultats du Tableau 7, on note que le niveau du point de commande est bas, soit égal à un article en stock pour chacun des organes des pompes étudiées.

Cela est compris en regardant les valeurs de délais de réapprovisionnement qui restent assez faibles face aux paramètres d'échelle respectif.

En effet, l'équation (5) indique que la moyenne de temps de bon fonctionnement (MTBF) est fonction du paramètre d'échelle et du paramètre de forme (au travers du coefficient x) [LYONNET, 2000]. Et, comme l'indique l'Annexe A, le coefficient x a ses plus faibles valeurs assez proches de 0,9 si bien que la moyenne de temps de bon fonctionnement serait chaque fois plus grand ou au moins égal à environ 90 % de la valeur du paramètre d'échelle.

De ce fait pour les organes étudiés, on a des MTBF d'environ :

- $0,9 * 9466,9 = 8520,21$ heures pour les roulements;
- $0,9 * 10909,5 = 9818,55$ heures pour les chemises d'arbre;
- $0,9 * 10347,6 = 9312,84$ heures pour les coussinets

L'on voit clairement que ces valeurs sont nettement plus grandes face aux délais d'approvisionnement [HNAIEN, 2008], soit environ 51, 136 et 129 fois plus grandes que 168 heures, 72 heures et 72 heures respectivement. Cela veut dire que l'on peut attendre que le stock tombe jusqu'au minimum d'un article pour lancer la commande.

L'équation (25) rassure car elle donne le risque d'avoir besoin d'une pièce durant le délai D par $F(\theta + D) - F(\theta)$ qui donne comme résultats :

- $F(9167,7 + 168) - F(9167,7) = 0,6219 - 0,6151 \approx 0,007$ soit 0,7 % pour les roulements ;
- $F(6215,3 + 72) - F(6215,3) = 0,375 - 0,3704 \approx 0,005$ soit 0,5 % pour les chemises d'arbre ;
- $F(8787,2 + 72) - F(8787,2) = 0,5 - 0,4933 \approx 0,007$ soit 0,7 % pour les coussinets

Il y a bel et bien des très faibles risques de rupture de stocks car ces risques sont tous inférieurs à 1% [OUMAIMA et al., 2015].

Dans sa logistique actuelle le service de maintenance de la station de captage de N'djili s'en sort ainsi bien quant à la gestion de ces organes de pompes. Les coussinets qui sont en bronze et

les chemises d'arbres en acier inox sont usinés localement en atelier et les roulements sont assez disponibles si bien que les délais de réapprovisionnement sont assez faibles [KUMAR et al., 2016].

Une simulation de pénurie de roulement par exemple faisant que le délai passe de 1 semaine à 3 mois, soit 2160 heures, donne les résultats repris au Tableau 9 :

Tableau 9. Point de commande de roulements pour un délai de 3 mois

	Roulements
θ	6898.3
$R(\theta)$	0,5202
$F(\theta)$	0,4798
X	2

L'on constate que le niveau du point de commande monte à 2.

Effectivement, le risque d'avoir besoin d'une pièce durant ce délai de 3 mois est de :

$F(6898,3 + 2160) - F(6898,3) = 0,625 - 0,4798 \approx 0,15$ soit 15 %, soit environ 21 fois plus grand comparé à 0,7 %.

Notons de surcroît que la fiabilité pour une durée égale à la MTBF n'est pas égale à 100 %: pour les roulements par exemple, $R(8520,21) \approx 0,41$ soit 41 % pour dire que même durant ce délai il y a un risque de défaillance non nul.

La courbe d'évolution du stock dans le temps est plus proche d'une droite [HENON, 1955] pour les chemises d'arbre ($\beta = 1,37$) et plus incurvée pour les coussinets ($\beta=2,36$) ; elle est de profil intermédiaire pour les roulements ($\beta=1,49$) tout en étant assez proche de la tendance d'une droite.

Le paramètre de forme (β) [LANTERNIER et al., 2006] impacte donc sur l'allure de ces courbes qui sont de plus en plus ou de moins en moins linéaires selon que ce paramètre tend vers 1 ou tend à croître au-dessus de 1.

Considérons une vitesse globale de consommation (c) qu'on définit par le rapport ci-dessous :

$$c = \frac{\text{Stock initial} - \text{Stock final}}{\text{Temps final} - \text{Temps initial}} \quad (30)$$

Où les valeurs des stocks (initial et final) et des temps (initial et final) sont à lire aux extrémités des courbes,

On a :

Pour les roulements :

$$c \approx \frac{5}{9000} \approx 0,0006 \text{ pièce/heure ;}$$

Pour les chemises d'arbre :

$$c \approx \frac{3}{6000} = 0,0005 \text{ pièce/heure ;}$$

Pour les coussinets :

$$c = \frac{4 - 1}{7500 - 750} \approx 0,0004 \text{ pièce/heure}$$

L'on constate que la vitesse globale de consommation est plus élevée pour les roulements ($\eta = 9466,9$) suivie de celle des chemises d'arbre ($\eta = 10909,5$) et elle est plus faible pour les coussinets ($\eta = 10347,6$).

Or $9466,9 < 10909,5 < 10347,6$; donc, plus le paramètre d'échelle (η) [LIGERON et LYONNET, 1999] augmente moins la consommation est rapide.

CONCLUSION

Une approche de calcul du point de commande appuyée sur la loi de Weibull est présentée en gestion de stock des pièces de rechange en maintenance préventive et ensuite en maintenance corrective pouvant même être résiduelle ou complémentaire dans la phase de vieillissement où le taux d'avarie est variable avec le temps.

Les résultats de la vérification de l'approche au cas particulier du modèle de Poisson avec des risques de rupture de stock de 2, 5, 10 % sont tous satisfaisants.

Regardant au calcul du point de commande dans le cadre de chacun de types de maintenance, il ressort l'intérêt de la connaissance de la variabilité du taux de défaillance au travers du paramètre de forme. En effet, le temps de remplacement systématique qui dicte le point de commande en maintenance systématique en dépend au vu de l'exemple repris de LYONNET [2000] ; de même la fonction de répartition qui entre dans le décompte du niveau de stock selon l'équation (24) en dépend également.

L'application aux pompes KSB de captage de N'djili indique, d'une part, que même lorsque le délai de réapprovisionnement est faible devant la MTBF, il y a toujours un certain stock d'alerte non nul qui tend vers le minimum d'un article lorsque le facteur d'échelle η est de loin supérieur au dit délai de réapprovisionnement mais qui tend à grimper lorsque ce délai vient à augmenter. Elle indique d'autre part que plus le paramètre de forme β s'écarte de l'unité, plus la forme de la courbe d'évolution de stock s'écarte de la linéarité et que, par ailleurs, la cadence de consommation évolue dans le sens inverse à celui du paramètre d'échelle η .

RESUME

Cet article présente une approche de calcul du point de commande de pièces de rechange dans le cas d'un taux d'avarie variable en faisant appel à la loi de fiabilité type Weibull plus générale que celle pour taux constants de Poisson. Le contexte concerné est celui d'un parc machine industriel dont la définition

de pièces à tenir en stock est déjà faite, les délais d'approvisionnement déjà fixés avec les fournisseurs et les données de fiabilité opérationnelle également renseignées.

Les différents types de maintenances requérantes sont pris en compte, une expression probabilistique du risque de rupture de stock est établie pour ladite approche dans le cas de la maintenance corrective résiduelle ou complémentaire et est utilisée pour la vérification du modèle à taux d'avarie variable au cas particulier du modèle de Poisson. Dans la suite, une application est faite aux organes de pompes de captage de N'djili montrant les influences de paramètres de forme β et d'échelle η sur le seuil d'alerte et sur l'allure de la courbe d'évolution temporelle de stock de rechanges.

Mots clés

Point de commande, pièces de rechange mécaniques, taux d'avarie, loi de Weibull

REFERENCES

- COMPÈRE P. [1997]. Détermination des intervalles de confiance d'une loi de survie par la méthode du Bootstrap. *Revue de statistique appliquée*, tome 45, n°2, p. 21-37.
- GIVRY J.P. [1965]. Gestion d'un parc à renouvellement aléatoire. *Revue de statistique appliquée*, tome 13, n°1, p. 5-38.
- HENG J. [2002]. *Pratique de la maintenance préventive*. Edition Dunod, Paris.
- HENON R. [1955]. Gestion des stocks. *Revue de statistique appliquée*, tome 3, n°2, p. 35-47.
- HNAIEN F. [2008]. Gestion des stocks dans des chaînes logistiques face aux aléas des délais d'approvisionnements. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne.
- KAMANDE L., KALUME J., MULAPI E. [2018]. Programme de calcul des paramètres optima du renouvellement préventif. *Congosciences*, Vol 6, n°2, p.58-63.
- KSB AKTIENGESELLSCHAFT. [2005]. Détermination de pompes centrifuges. KSB Aktiengesellschaft, Zentrale Kommunikation (V5), D-67225 Frankenthal (Pfalz), Allemagne.
- KUMAR U.D., CROCKER J., KNEZEVICH J., EL-HARAM M. [2016]. *Reliability, maintenance, and logistic support*. Springer, Boston, MA.
- LANTERNIER B., CHARPENTIER D., LYONNET P. [2006]. Modélisation du taux de défaillance en mécanique. Colloque de maîtrise des risques et sûreté de fonctionnement Risques et performances, Lille, France.
- LIGERON J.C., LYONNET P. [1999]. *La fiabilité en exploitation*. Lavoisier Tec & doc, Paris.
- LYONNET P. [2000]. *La maintenance. Mathématiques et méthodes*. Edition TEC & DOC, 4è édition, Paris Cedex.
- OUMAIMA B., EL BARKANY A., EL BIYAALI A. [2015]. Modèles de maîtrise des risques dans la gestion des pièces de rechange. Xème Conférence Internationale : Conception et Production Intégrées, Tanger, Maroc.
- SALTOGLU R., HUMAIRA N., INALHAN G. [2016]. Aircraft scheduled airframe maintenance and downtime integrated cost model. *Advances in Operations Research*, Article ID 2576825, Vol 2016, p.1-12
- SYNDICAT DE L'ECLAIRAGE [2019]. *Evaluation des performances des luminaires LED*. Guide, LIGHTINGEUROPE, Paris.
- TANONKOU G.A. [2007]. *Gestion des stocks et File d'attente*. INRIA-Lorraine.
- TAYLOR Z., RANGANATHAN S. [2013]. *Designing High Availability Systems*. IEEE Press Editorial Board, USA.
- TEBBI O. [2005]. Estimation es lois de fiabilité en mécanique par les essais accélérés. Thèse de doctorat, Ecole doctorale d'Angers.
- ZIMMERN B. [1957]. Loi de Poisson et loi binomiale dans le calcul des stocks de sécurité. *Revue de statistique appliquée*, tome 5, n°3, p. 99-110.



This work is in open access, licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License. The images or other third party material in this article are included in the article's Creative Commons license, unless indicated otherwise in the credit line; if the material is not included under the Creative Commons license, users will need to obtain permission from the license holder to reproduce the material. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Annexe A : Table de valeurs de x et y (loi de Weibull)

$$x = \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \quad y = \sqrt{\Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) - \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)^2}$$

β	x	y	β	x	y	β	x	y
0,20	120,0000	1901,2000	1,50	0,9027	0,6129	4,0	0,9064	0,2543
0,25	24,0000	199,3600	1,55	0,8994	0,5925	4,1	0,9077	0,2490
0,30	9,2605	50,0780	1,60	0,8966	0,5737	4,2	0,9089	0,2440
0,35	5,0291	19,9760	1,65	0,8942	0,5564	4,3	0,9102	0,2392
0,40	3,3234	10,4380	1,70	0,8922	0,5402	4,4	0,9114	0,2345
0,45	2,4786	6,4601	1,75	0,8906	0,5252	4,5	0,9126	0,2301
0,50	2,0000	4,4721	1,80	0,8893	0,5112	4,6	0,9137	0,2258
0,55	1,7024	3,3453	1,85	0,8882	0,4981	4,7	0,9149	0,2217
0,60	1,5046	2,6451	1,90	0,8874	0,4858	4,8	0,9160	0,2178
0,65	1,3663	2,1789	1,95	0,8867	0,4742	4,9	0,9171	0,2140
0,70	1,2608	1,8512	2,0	0,8862	0,4633	5,0	0,9182	0,2103
0,75	1,1930	1,6108	2,1	0,8807	0,4431	5,1	0,9192	0,2070
0,80	1,1380	1,4282	2,2	0,8856	0,4249	5,2	0,9202	0,2034
0,85	1,0880	1,2854	2,3	0,8859	0,4085	5,3	0,9213	0,2001
0,90	1,0522	1,1711	2,4	0,8865	0,3935	5,4	0,9222	0,1969
0,95	1,0234	1,0777	2,5	0,8873	0,3797	5,5	0,9232	0,1938
1,00	1,0000	1,0000	2,6	0,8882	0,3670	5,6	0,9241	0,1908
1,05	0,9808	0,9344	2,7	0,8893	0,3552	5,7	0,9251	0,1879
1,10	0,9649	0,8783	2,8	0,8905	0,3443	5,8	0,9260	0,1851
1,15	0,9517	0,8297	2,9	0,8917	0,3341	5,9	0,9269	0,1824
1,20	0,9407	0,7872	3,0	0,8930	0,3245	6,0	0,9277	0,1798
1,25	0,9314	0,7498	3,1	0,8942	0,3156	6,1	0,9286	0,1772
1,30	0,9236	0,7164	3,2	0,8957	0,3072	6,2	0,9294	0,1747
1,35	0,9130	0,6866	3,3	0,8970	0,2993	6,3	0,9302	0,1723
1,40	0,9114	0,6596	3,4	0,8984	0,2918	6,4	0,9310	0,1700
1,45	0,9067	0,6352	3,5	0,8997	0,2847	6,5	0,9318	0,1677
			3,6	0,9011	0,2780	6,6	0,9325	0,1655
			3,7	0,9025	0,2710	6,7	0,9333	0,1633
			3,8	0,9038	0,2656	6,8	0,9340	0,1612
			3,9	0,9091	0,2656	6,9	0,9347	0,1592