

Implémentations comparées du régulateur de tension à commande à visée optimale et du régulateur de tension IEEE type I associé à un stabilisateur d'alternateur multibande.

Beya K. J.M.^{1*} Nzeba K. A.¹

Abstract

Compared Implementations of the Optimal Aim-Based Voltage Regulator and the IEEE Type I Voltage Regulator Associated with a Multi-Band Power System Stabilizer.

It is well known that automatic voltage regulator (AVR) is a device which controls the stator voltage of the synchronous machine to which it is connected; sometimes it may contribute to the enhancement of the rotor angle stability of its generating unit. Unfortunately, under some circumstances after a disturbance of any kind, the action of the automatic voltage regulator may threaten the stability of its unit. In order to cope with this kind of problems, power system stabilizer (PSS) are often used in order to improve the stability of the power unit. This paper shows, in Matlab Simulink / SimPowerSystems, how the optimal aim-based voltage regulator contributes better to the enhancement of the rotor angle stability in comparison to the IEEE type I regulator combined with the multi-band power system stabilizer (MB-PSS) developed by the Hydro-Québec Research Institute, while presenting conditions under which the automatic voltage regulator may threaten the rotor angle stability, and proposing the only robust and efficient strategies to control both the power unit voltage and the rotor angle dynamic and transient stability.

Paper History

Received:
January 17, 2016

Revised:
May 26, 2016

Accepted:
June 16, 2016

Published online :
September 27, 2016

Keywords :

*automatic voltage
regulator, power systems
stability, rotor angle
stability, optimal-aim
control, multi-band
power system stabilizers.*

¹Département de Génie Electrique et Informatique, Faculté Polytechnique, Université de Kinshasa, R.D. Congo

* To whom correspondence should be addressed : jean-marie.beya@unikin.ac.cd

INTRODUCTION

Avec la demande de plus en plus grande de l'énergie électrique, les exploitants des réseaux électriques sont appelés soit à utiliser les groupes disponibles à leur limite de stabilité, soit en les interconnectant aux réseaux plus puissants et de plus en plus éloignés,

ou encore en construisant de nouvelles centrales. De manière générale, toutes ces mesures conduisent à la complexité de l'exploitation des réseaux électriques et en particulier à la diminution de la marge de stabilité des réseaux électriques, en l'occurrence de la

stabilité rotorique [IEEE/CIGRE JOINT TASK FORCE, 2004]. Ainsi, les dispositifs de réglage de tension et d'amélioration de la stabilité restent toujours un sujet préoccupant pour les exploitants des réseaux électriques.

Les régulateurs de tension sont les moyens les plus rapides d'amélioration de la stabilité des réseaux ; ils permettent d'agir sur le réseau en suivant l'évolution de son état et de sa dynamique tout en nécessitant une puissance de commande raisonnable.

A l'instar de la plupart des systèmes réels, les réseaux électriques sont des systèmes non linéaires, avec une dynamique mal connue et/ou variable dans le temps. Les régulateurs des tels systèmes nécessitent parfois des adaptations des caractéristiques pour maintenir leurs performances en termes de dépassement, d'amortissement, et du temps de réponse. Ainsi des régulateurs de tension des machines synchrones de type PID (proportionnel, intégral,

dérivée), adaptatif, ceux basés sur la logique floue, l'intelligence artificielle, etc..., ou encore ceux résultant d'une combinaison de 2 ou de 3 de ces différents types, ont fait l'objet des plusieurs investigations [PARMAR, 2015] .

Malgré tout, le sujet reste d'actualité, notamment faute d'algorithme et/ou stratégie systématique ou globale de régulation de tension.

Le présent article a pour but de montrer des implémentations comparées d'une nouvelle version du régulateur de tension à visée optimale [BEYA, 1988], capable d'améliorer la stabilité rotorique d'un réseau mono-machine et de montrer ses performances par rapport à un régulateur de tension IEEE de type I [IEEE POWER ENGINEERING SOCIETY, 2005] combiné avec un stabilisateur d'alternateur multibande (MB-PSS) mis au point par l'Institut de recherche d'Hydro-Québec [RIMOROV *et al.*, 2015; KAMWA, 2010 ; GRONDIN *et al.*, 2003 ; GRONDIN *et al.*, 1993].

La méthode de commande à visée optimale [BARNARD, 1975] permet d'avoir une commande non seulement optimale, mais aussi de type adaptatif. En effet, la stratégie de commande proposée pour le régulateur de commande à visée optimale présenté dans cet article ne dépend que de l'état actuel du système ; le système est commandé de telle façon qu'à chaque instant et qu'à chaque état de la trajectoire d'état dans l'espace d'état, il pointe vers un autre état appelé état cible. Cet état cible peut être stationnaire ou non.

La commande à visée optimale présente donc les avantages suivants:

- les calculs nécessaires à la commande se limitent à quelques opérations, avec une charge de calcul très minime, donc un coût pour une implémentation en temps réel très faible;
- l'implantation étant en boucle fermée, les opérations en ligne

dépendent seulement de l'état du système à l'instant t ;

- même pour un système qui a tendance à devenir instable, la commande proposée a tendance à augmenter la marge de stabilité du système et ce indépendamment des choix des gains et du point de fonctionnement, ce qui confère ainsi une grande robustesse au régulateur.

MACHINE RACCORDEE A UN RESEAU INFINI

Un réseau électrique comportant un grand nombre de machines synchrones interconnectées, une perturbation survenant en un point quelconque du réseau affecte l'ensemble de ces machines. L'étude rigoureuse d'un tel système nécessite en principe la prise en compte des régimes transitoires de toutes les machines, de leurs turbines, systèmes d'excitation, des régulateurs de vitesse et de tension, mais aussi des

régimes transitoires de tous les éléments du réseau.

Le cas d'un réseau mono machine se présente comme si la perturbation se produisait au voisinage d'une machine synchrone d'un réseau multi-machine qui sera de ce fait particulièrement affectée. La perturbation affectant les autres machines dans leur ensemble pouvant être considérée comme négligeable du fait de la puissance considérable que les autres machines du réseau présentent vis-à-vis de la machine étudiée, et du fait de leur relatif éloignement par rapport à la perturbation.

Dans ces conditions, le réseau, vu des bornes de la machine considérée, peut être remplacé par une source de tension triphasée équilibrée, invariable en amplitude et en fréquence en série avec une impédance triphasée, cette impédance étant donnée par la somme de l'impédance totale de la ligne et d'un éventuel transformateur. La figure 1

donne la configuration d'une telle machine reliée à un réseau infini.

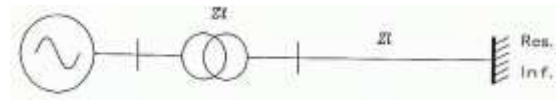


Figure 1. Configuration d'un réseau mono machine

REGULATEUR A VISEE OPTIMALE

D'une manière générale, l'idée de la commande à visée optimale (figure 2) est de commander un système de telle façon qu'à chaque instant et qu'à chaque état de la trajectoire d'état dans l'espace d'état du système, le vecteur tangent à la trajectoire de l'état, pointe vers un état appelé état cible. Cet état cible peut être stationnaire ou non. Le système ainsi commandé, présente un réglage instantané [BEYA, 1988].

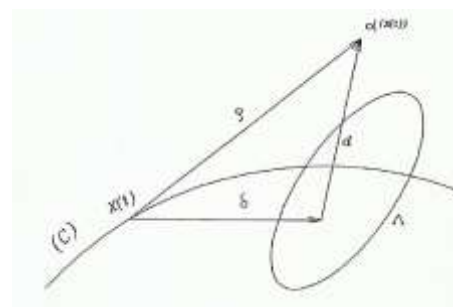


Figure 2. La géométrie de la commande à visée optimale

La stratégie de la commande à visée optimale impose d'appliquer au

système, au temps t , une commande qui minimise l'écart entre la cible $\alpha(X(t))$ et la tangente à la trajectoire de $X(t)$.

Il faut remarquer le fait qu'à chaque instant, la direction du vecteur tangent à la trajectoire d'état du système dépend, de manière explicite, de la valeur de la commande appliquée au système à chaque instant. Cette dépendance est exprimée analytiquement en termes d'équations d'état.

Cependant, compte tenu d'éventuelles contraintes physiques du système telles que les limitations de la commande, il est possible que la commande qui permette au vecteur tangent à la trajectoire de viser l'état cible, n'existe pas. Il est alors raisonnable d'appliquer une commande admissible qui dirige le vecteur tangent, le plus possible vers l'état cible, c.à.d. qui optimise une mesure appropriée de la différence entre la direction du vecteur tangent $\delta(x(t))$ et celle du vecteur cible $\rho(X(t))$.

La mise en œuvre du régulateur à commande à visée optimale est basée sur le modèle simplifié du réseau mono machine linéarisé autour du point de fonctionnement (voir annexe 1), avec trois variables d'état qui sont respectivement les variations de la tension statorique Δv , de la vitesse $\Delta \omega$ et de la puissance électrique ΔPe , grandeurs facilement mesurables, le modèle étant aussi utilisé comme prédicteur de l'état du système.

Sous forme d'équations d'état, nous avons donc:

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) \quad (1.1)$$

$$y(t) = x(t) \quad (1.2)$$

avec

$$y^t(t) = [\Delta v(t), \Delta \omega, \Delta Pe(t)]$$

$$u^t(t) = [\Delta v f(t), \Delta P m]$$

A et B : matrices du système, fonction du point de fonctionnement et de dimensions 3x3 et 3x2.

L'information étant sous forme discrète, lorsqu'on utilise un calculateur,

il est nécessaire d'avoir aussi une représentation d'état du système sous forme discrète :

$$y(t + \Delta t) = \Phi x(t) + \Gamma u(t) \quad (1.3)$$

avec Δt le pas d'échantillonnage et Φ et Γ : matrices du système discret, fonction du point de fonctionnement et de dimensions 3×3 et 3×2 .

IMPLEMENTATION DE LA COMMANDE A VISEE OPTIMALE

Dans le cas d'un réseau mono-machine, la cible est définie par :

$$y_c^t = [\Delta v_c(t), \Delta w_c(t), \Delta p_c(t)]$$

La stratégie de la commande à visée optimale impose de minimiser la distance spatiale entre la cible $y_c(t + \Delta t)$ et la future valeur $y(t + \Delta t)$ du vecteur d'état.

Pour ce faire, il faudra minimiser une fonction quadratique de la distance spatiale donnée par :

$$e_c(t + \Delta t) = y_c(t + \Delta t) - y(t + \Delta t) \quad (1.4)$$

la fonction quadratique étant définie en toute généralité par :

$$D(t + \Delta t) = e_c^t(t + \Delta t) W e_c(t + \Delta t) + u^t(t) R u(t) \quad (1.5)$$

où W et R désignent respectivement la matrice de pondération de l'erreur de visée et de la commande.

Pour une cible réelle notée $y_c(t + 2\Delta t)$, on démontre que la commande devient [BEYA,1988] :

$$\hat{u}_1(t + \Delta t) = [\Gamma^t_1 W \Gamma_1 + R]^{-1} \Gamma^t_1 W [y_c(t + 2\Delta t) - y_o(t + 2\Delta t)] \quad (1.6)$$

Si on note :

$$k = [\Gamma^t_1 W \Gamma_1 + R]^{-1} \Gamma^t_1 W \quad (1.7)$$

L'expression de la commande peut aussi se mettre sous la forme :

$$\hat{u}_1(t + \Delta t) = K [y_c(t + 2\Delta t) - y_o(t + 2\Delta t)] \quad (1.8)$$

Et vecteur ligne K est tel que : $K = [k_1 k_2 k_3]$.

Si les matrices W et R sont définies positives et diagonales, alors les signes des éléments k_i sont respectivement ceux des éléments Γ_{1i} .

Ainsi l'application de la stratégie de commande à visée optimale a permis

entre autre de calculer les gains du régulateur en fonction de la première colonne de la matrice Γ . Ces gains peuvent être ajustés, selon les besoins, à travers le choix de la matrice W et du scalaire R .

Etant donné que les éléments Γ_{1i} dépendent aussi de la configuration du réseau et de sa charge, on se propose de choisir la matrice de pondération W telle que les gains $k_1 k_2 k_3$ qui en résultent soient égaux entre eux tout en gardant chacun son signe et tel que :

$$k_i = \text{signe}(k_j) \max |k_j|$$

avec $j = 1, 2, 3$; W : matrice diagonale

$$\text{et } R = 0$$

les gains k_i et la matrice R étant choisis, il est toujours possible de calculer la matrice de pondération W .

CHOIX DE LA CIBLE

A la suite d'une perturbation, le régulateur de tension doit permettre au réseau de retrouver sa stabilité et conduire à un amortissement efficace et

rapide des variations des grandeurs de sortie du système qui sont la tension v , la vitesse ω et la puissance électrique Pe .

L'efficacité du régulateur de tension repose sur un choix judicieux de la cible ; un tel choix doit être guidé dans le souci de régler la tension d'excitation de telle sorte que la puissance électrique qui en résulte soit telle que la puissance accélératrice ($P_m - P_e$) entraîne à terme une variation nulle de la vitesse du groupe, tout en permettant le rétablissement de la tension aux bornes de la machine [BEYA, 1988].

La cible choisie doit être celle qui corresponde aux grandeurs de consigne.

Donc on a :

$$y_R^t(t + 2\Delta t) = [v_R(t + 2\Delta t), \omega_R(t + 2\Delta t), p_e(t + 2\Delta t)] ;$$

et

$$\Delta v_f = -K y(t + 2\Delta t) ;$$

soit

$$\Delta v_{fv} = -k_1 \Delta v, \quad \Delta v_{fw} = -k_2 \Delta \omega$$

$$\Delta v_{fp} = -k_3 \Delta p_e$$

tenir compte des signes de gains, dans

avec

notre cas ils sont tels que :

$$y(t + \Delta t) = y_o^t(t + 2\Delta t) - y_R^t(t + 2\Delta t) \quad \text{et} \quad k_1 > 0, \quad k_2 < 0, \quad k_3 > 0$$

$$y_o^t(t + 2\Delta t)$$

la nouvelle fonction d'état.

Pour être efficace par rapport à la stabilité rotorique, la cible choisie doit

Tableau 1. Contributions à la stabilité des termes de la commande

		$\Delta\omega > 0$					$\Delta\omega < 0$				
		SIGNE									
		Δv		ΔP_e		$\Delta\omega$	Δv		ΔP_e		$\Delta\omega$
		+	-	+	-	+	+	-	+	-	-
Δv_{fv}	Signe	-	+				+	-	+	-	-
	Action	N	P				P	N			
Δv_{fp}	Signe			-	+				-	+	
	Action			N	P				P	N	
$\Delta v_{f\omega}$	Signe					+					-
	Action					P					P

Ainsi, à chaque instant $t+\Delta t$ L'analyse de ces différents cas d'application de la commande Δv_f , possibles est résumée dans le tableau 1 chacune de ses composantes où l'action de la contribution de chaque (Δv_{fv} , Δv_{fw} , et Δv_{fp}) doit être telle variable d'état à la tension d'excitation qu'elle contribue à décélérer le groupe si est notée par la lettre « N » lorsqu'elle $\Delta\omega > 0$ et à l'accélérer si $\Delta\omega < 0$, et est nuisible à la stabilité, et par la lettre dans le cas particulier où $\Delta\omega = 0$, à « P » lorsqu'elle est positive pour la rétablir tout simplement la tension aux stabilité.

bornes.

Ainsi :

- la cible en tension v_c étant choisie égale à la tension de référence ; elle a une action positive sur la stabilité rotorique dans toutes les situations, sauf lorsque le signe de la variation de la vitesse est le même que celui de la variation de la tension aux bornes ;
- la cible en vitesse ω_c étant choisie égale à la vitesse de référence, elle donne en toutes circonstances une contribution à la tension $\Delta v f \omega$, positive sur la stabilité rotorique ;
- la cible en puissance p_c étant choisie égale à la puissance de

référence ; elle donne lieu à une action positive sur la stabilité rotorique dans toutes les situations sauf si le signe de la variation de puissance électrique est le même que celui de la variation de la vitesse.

Dans les résultats des simulations présentés ci-après ; les cibles sont définies telles qu'à chaque instant, toutes les contributions, à la tension d'excitation $v f$, des signaux v, ω et p , participent à l'amélioration de la stabilité rotorique.

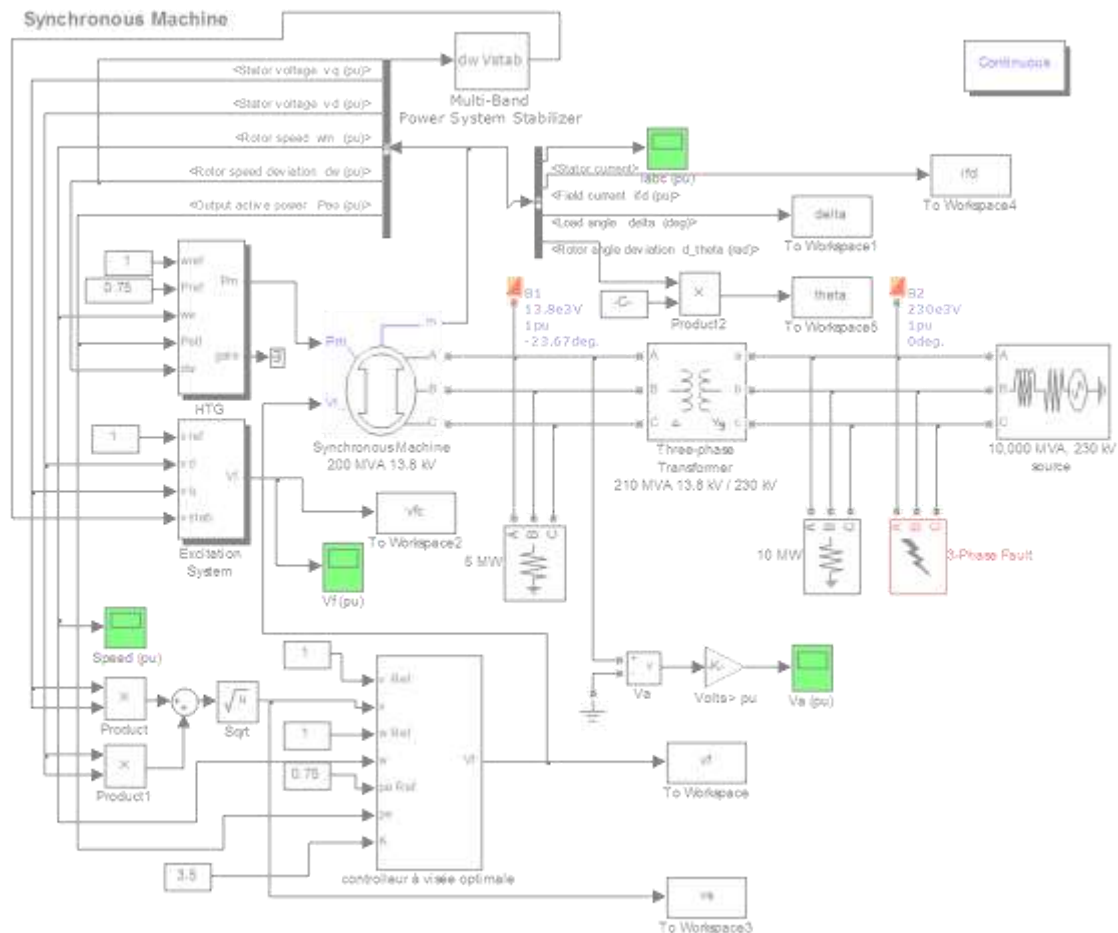


Figure 3. Réseau mono-machine de Louis-A Dessaint et R. Champagne commandé, selon le cas, soit avec le régulateur à visée optimale, soit avec le régulateur IEEE type 1 + BM-PSS

RESULTATS DES SIMULATIONS

Les résultats des simulations, sous *Matlab Simulink / SimPowerSystems* [BRUNELLE, 2010], du réseau de la Figure 3 [DESSAINT *et al.*, S.D], réseau composé d'une machine raccordée à un réseau infini au travers d'un transformateur et contrôlée par un régulateur de tension à commande à visée optimale, sont comparés à ceux du même réseau commandé par un régulateur IEEE de

type I combiné avec un stabilisateur d'alternateur multibande (multi-band power system stabilizer - IEEE Type PSS4b) développé par l'Institut de Recherche d'Hydro-Québec [KAMWA, 2010], ce à la suite d'un court-circuit de 250ms.

Les caractéristiques du régulateur de tension IEEE de type I et du stabilisateur d'alternateur multibande sont

données dans l'exemple Matlab Simulink / SimPowerSystems de la référence [DESSAINT *et al*, S.D.], tandis que les gains du régulateur à visée optimale sont estimés à partir des matrices ϕ et Γ de l'équation (1.3).

La Figure 4 montre l'implémentation sous Matlab/Simulink du régulateur de tension à visée optimale pour lequel il faut noter la simplicité de l'algorithme, et partant, de la facilité de sa mise en œuvre sur un ordinateur numérique en temps réel.

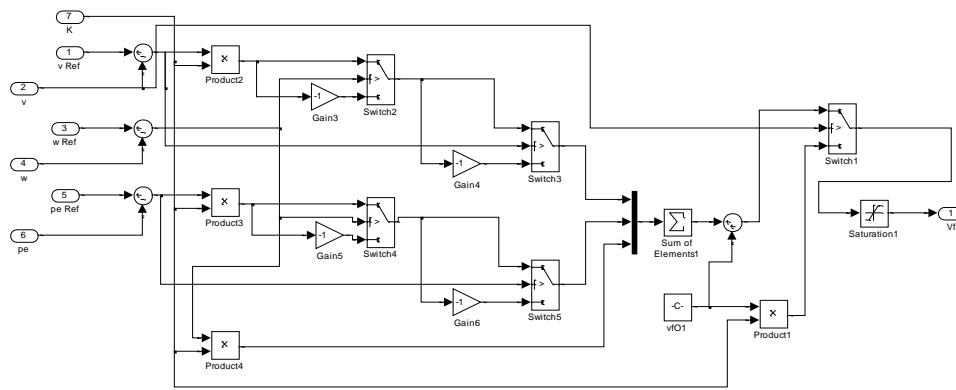


Figure 4. Implémentation dans Matlab/Simulink du régulateur à visée optimale

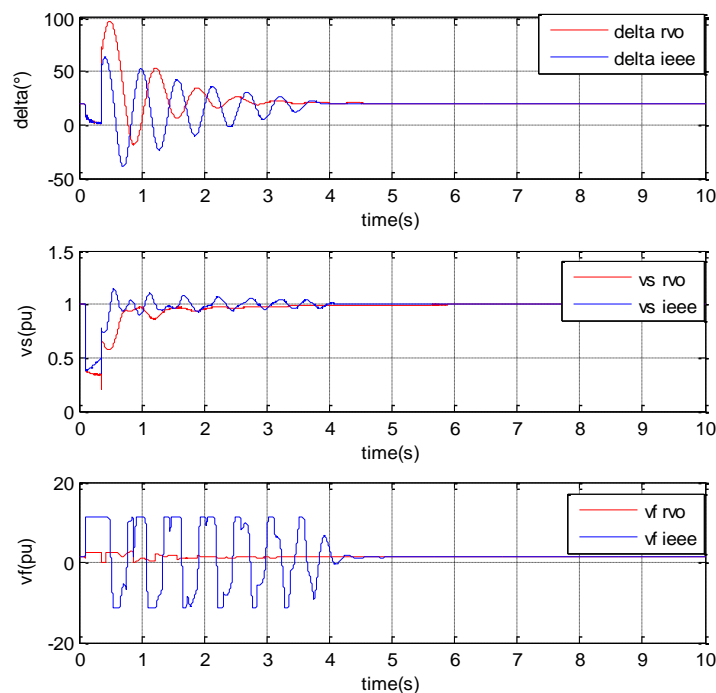


Figure 5. L'angle delta (°), la tension statorique vs (pu) et d'excitation vf (pu) pour un court-circuit triphasé de 250ms.

La Figure 5 présente les résultats des simulations comparées de l'angle de charge (δ), du module de la tension statorique (v_s) et de la tension d'excitation (v_f) pour le cas d'un court-circuit triphasé d'une durée de 250ms sur la ligne.

Il apparaît clairement que le régulateur de tension à commande à visée optimale (en rouge) contrôle mieux la tension et la stabilité rotorique de la machine avec une puissance de commande très faible en comparaison avec le régulateur IEEE type I (en bleu) combiné avec le stabilisateur d'alternateur multibande, qu'il soit utilisé dans le mode de fonctionnement avec des paramètres simplifiés ou des paramètres détaillés [DESSAINT *et al.*, S.D.].

CONCLUSION

Les résultats des simulations présentés à la figure 4 montrent que le régulateur de tension à commande à visée optimale a des meilleures performances, il est robuste et simple à

mettre en œuvre avec une charge de calcul extrêmement faible, et une puissance de commande sans commune mesure avec celle demandée par le régulateur IEEE de type I équipé d'un stabilisateur de puissance multibande.

L'efficacité et la robustesse du régulateur à commande à visée optimale reposent sur le fait qu'à chaque instant, il élimine les signaux susceptibles d'impacter négativement la stabilité rotorique, ce qui correspond à un choix dynamique de la cible et de son adaptation en fonction des variables d'état du système à commander.

L'expérience avec le régulateur de tension à commande à visée optimale montre aussi que les valeurs des gains du régulateur à visée optimale ont un faible impact sur son efficacité, ce qui est un gage de sa robustesse dans l'amélioration de la stabilité dynamique et transitoire.

Aussi nous proposons de réaliser le régulateur de tension à visée optimale sur un calculateur temps réel et de l'appliquer sur un alternateur de laboratoire raccordé à un réseau infini dans un premier temps, avant de l'appliquer dans un deuxième temps, à un réseau multi-machine afin de démontrer son efficacité par rapport à d'autres types des régulateurs et sur plusieurs autres scénarios : court-circuit, une perte d'une charge, déclenchement d'une ligne, etc.

RESUME

Dans un réseau électrique, un régulateur de tension est un dispositif qui contrôle la tension aux bornes de l'alternateur qu'il commande; il peut en même temps contribuer à l'amélioration de la stabilité rotorique du groupe auquel il est raccordé par rapport au reste du réseau. Malheureusement en cas de perturbation du réseau de quelque origine que ce soit, l'action du régulateur de tension peut aussi menacer cette même stabilité. Pour pouvoir améliorer l'efficacité du régulateur de tension, un certain nombre de dispositifs tels que les stabilisateurs de puissance (PSS : Power System Stabilizers) sont associés au régulateur de tension. Cet article présente des implémentations comparées, sous Matlab Simulink / SimPowerSystems, des effets sur la stabilité rotorique, du régulateur de tension à commande à visée optimale comparés à ceux du régulateur de tension IEEE de type I combiné avec un stabilisateur d'alternateur multibande (MB-PSS) développé par l'Institut de Recherche d'Hydro-Québec, tout en mettant en évidence les conditions dynamiques dans lesquelles un régulateur de tension peut être nuisible à la stabilité rotorique, et en proposant des stratégies robustes, efficaces et efficientes de contrôle de la tension qui contribuent en même temps à l'amélioration de la stabilité dynamique et transitoire.

Mots clés : *Régulateur de tension, stabilité des réseaux électriques, stabilité rotorique, commande à visée optimale, stabilisateur de puissance multibande.*

REFERENCES ET NOTES

BARNARD R.D. [1975]. An optimal-Aim Control strategies for nonlinear regulation systems. IEEE Transactions on Automatic and Control, AC-20, No2, 200-208.

BEYA K . [1988]. Contribution au réglage de tension des machines synchrones par la méthode de commande à visée optimale, Thèse de Doctorat, Université Libre de Bruxelles, 180 p.

BRUNELLE P. [2010]. En ligne sur le site d'Hydro-Québec

<http://www.hydroquebec.com/innovation/fr/pdf/2010G080-04F-SPS.pdf>

DESSAINT L.A. and CHAMPAGNE R..

En ligne sur le site de Mathworks

http://www.mathworks.com/examples/simpower/mw/sps_product-power_turbine-synchronous-machine , consulté le 7/06/2016

GRONDIN R., KAMWA I., SOULIERES L., POTVIN J., and CHAMPAGNE R. [1993]. An approach to PSS design for transient stability improvement through supplementary damping of the common low frequency, IEEE Transactions on Power Systems, 8(3), pp. 954-963.

GRONDIN R., KAMWA I., TRUDEL G., GERIN-LAJOIE L. and TABORDA J. [2003]. Modeling and closed-loop validation of a new PSS concept,

the multi-band PSS. IEEE Engineering Society General Meeting, 2003.

IEEE/CIGRE[2004]. Joint Task Force on Stability Terms and Definitions. Definition and Classification of Power System Stability. IEEE Transactions on Power Systems, .

IEEE Power Engineering Society [2005]. IEEE Recommended Practice for Excitation System Models for Power System Stability Studies, IEEE St. 421.5.

KAMWA I., [2010]. En ligne sur le site d'Hydro-Québec

<http://www.hydroquebec.com/innovation/fr/pdf/2010G080-06F-MB-PSS.pdf>

LIN J. , North China Branch, State Grid Corp. of China, Beijing, China ; XUN G. ; YING X. and Huan X. [2015] Application of PSS4B stabilizers in suppressing low frequency oscillations: A case study. IEEE Power & Energy Society General Meeting, July 2015, Denver, Co.

PARMAR D.. [2015]. Evolution of Different Review Techniques Used For Transient Stability Improvement in a Large Electric Power Systems. En ligne sur le site de Journal of Emerging Technologies and Innovative Research (JETIR) <http://www.jetir.org/papers/JETIR1502038.pdf>

RIMOROV D., KAMWA I. and GEZA J. [2015] Model-based tuning approach for multi-band power system stabilisers PSS4B using an improved modal performance index, *IET Generation, Transmission & Distribution* , 9(15) :2135 - 2143.



This work is in open access, licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License. The images or other third party material in this article are included in the article's Creative Commons license, unless indicated otherwise in the credit line; if the material is not included under the Creative Commons license, users will need to obtain permission from the license holder to reproduce the material. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

ANNEXE 1

Modèle mathématique d'un réseau mono-machine (Beya .,1988)

Le modèle de l'alternateur est dérivé des équations de Park sans amortisseurs, pour lequel on néglige les dérivées des flux par rapport au temps dans les équations des tensions.

Pour la ligne, on néglige les dérivées des amplitudes des courants par rapport au temps de telle sorte que celle-ci est représentée par son impédance complexe $z_e = r_e + x_e$.

$$v_d = -\omega\psi_q - r_a i_d \quad (A1.1)$$

$$v_q = \omega\psi_d - r_a i_q \quad (A1.2)$$

$$v_f = \frac{d\psi_f}{dt} + r_f i_f \quad (A1.3)$$

$$v_{rd} = v_d - r_e i_d + x_e i_q \quad ; v_{rd} = v_r \sin\delta \quad (A1.4)$$

$$v_{rq} = v_q - r_e i_q - x_e i_d \quad ; v_{rq} = v_r \cos \delta \quad \Delta p_e = v_{do} \Delta i_d + i_{do} (v_r \cos \delta_o \Delta \delta + r_e \Delta i_d - x_e \Delta i_q) + v_{qo} \Delta i_{qo} + i_{qo} (-v_r \sin \delta_o \Delta \delta + r_e \Delta i_q + x_e \Delta i_d) \quad (A1.5)$$

$$p_e = v_d i_d + v_q i_q \quad (A1.6)$$

$$\psi_d = l_{md} i_f - l_d i_d \quad (A1.7) \quad \Delta p_e = (v_r \sin \delta_o + 2r_e i_{do}) \Delta i_d + (v_r \cos \delta_o \Delta \delta + 2r_e i_{qo}) \Delta i_q$$

$$\psi_q = -l_q i_q \quad (A1.8) \quad + (i_{do} v_r \cos \delta_o - i_{qo} v_r \sin \delta_o) \Delta \delta$$

$$\psi_f = l_{ff} i_f - l_{md} i_d \quad (A1.9) \quad (A1.16)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = H p_m - H p_e \quad (A1.10)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega - \omega_o \quad ; \omega_o = 1 \quad (A1.11)$$

$$v^2 = v_d^2 + v_q^2 \quad (A1.12)$$

En considérant les variations autour du point de fonctionnement d'indice o, l'équation (A1.4) donne :

$$\Delta v_d = v_r \cos \delta_o \Delta \delta + r_e \Delta i_d - x_e \Delta i_q \quad (A1.13)$$

De même l'équation (A1.5) donne :

$$\Delta v_q = -v_r \sin \delta_o \Delta \delta + r_e \Delta i_q + x_e \Delta i_d \quad (A1.14)$$

L'équation (A1.6) donne :

$$\Delta p_e = v_{do} \Delta i_d + i_{do} \Delta v_d + v_{qo} \Delta i_{qo} + i_{qo} \Delta v_q \quad (A1.15)$$

En utilisant (A1.13) et (A1.14) dans (A1.15), on a :

En multipliant (A1.7) par ω , on a :

$$\omega \psi_d = x_{md} i_f - x_d i_d \quad (A1.17)$$

En éliminant $\omega \psi_d$ entre (A1.2) et (A1.17) on a :

$$x_{md} \Delta i_f - x_d \Delta i_d = \Delta v_q + r_a \Delta i_q \quad (A1.18)$$

En utilisant (A1.14) dans (A1.18) :

$$\begin{aligned} -v_r \sin \delta_o \Delta \delta + r_e \Delta i_q + x_e \Delta i_d + r_a \Delta i_q = \\ x_{md} \Delta i_f - x_d \Delta i_d \\ x_{md} \Delta i_f = -v_r \sin \delta_o \Delta \delta + (r_e + r_a) \Delta i_q + (x_e + x_d) \Delta i_d \end{aligned} \quad (A1.19)$$

Le résultat de la multiplication de (A1.8) par ω utilise dans (A1.1) donne :

$$x_q i_q = v_d + r_a i_d$$

En prenant les variations de cette dernière expression et en utilisant la relation (A1.13), on a :

$$x_q \Delta i_q = v_r \cos \delta_o \Delta \delta + r_e \Delta i_d - x_e \Delta i_q + r_a \Delta i_d$$

$$\Delta i_q = \frac{v_r \cos \delta_o}{x_e + x_q} \Delta \delta + \frac{r_e + r_a}{x_e + x_q} \Delta i_d \quad (A1.20)$$

En prenant la dérivée de (A1.23)

L'équation (A1.20) dans (A1.19) par rapport au temps et en utilisant (A1.3), on a :

$$x_{md} \Delta i_f = [-v_r \sin \delta_o + v_r \cos \delta_o \frac{r_e + r_a}{x_e + x_q}] \Delta \delta + \left[x_d + x_e + \frac{(r_e + r_a)^2}{x_e + x_q} \right] \Delta i_d \quad (A1.21)$$

$$\frac{d\psi_d}{dt} + l'_d \frac{di_d}{dt} = \frac{l_{md}}{l_{ff}} V_f - \frac{l_{md}}{l_{ff}} R_f i_f$$

Les variations autour du point de fonctionnement donnent :

(A1.20) dans (A1.16) donne :

$$\begin{aligned} \Delta p_e &= (v_r \sin \delta_o + 2r_e i_{do}) \Delta i_d \\ &\quad + (v_r \cos \delta_o \Delta \delta \\ &\quad + 2r_e i_{qo}) \left(\frac{v_r \cos \delta_o}{x_e + x_q} \Delta \delta \right. \\ &\quad \left. + \frac{r_e + r_a}{x_e + x_q} \Delta i_d \right) \\ &\quad + (i_{do} v_r \cos \delta_o - i_{qo} v_r \sin \delta_o) \Delta \delta \\ &= v_r \sin \delta_o + 2r_e i_{do} \\ &\quad + \frac{r_e + r_a}{x_e + x_q} (v_r \cos \delta_o \Delta \delta \\ &\quad + 2r_e i_{qo}) \Delta i_d + [i_{do} v_r \cos \delta_o \\ &\quad - i_{qo} v_r \sin \delta_o \\ &\quad + \frac{v_r \cos \delta_o}{x_e + x_q} (v_r \cos \delta_o + 2r_e i_{qo})] \Delta \delta \end{aligned}$$

Ce qui se note :

$$\Delta p_e = A_1 \Delta i_d + B_1 \Delta \delta \quad (A1.22)$$

En multipliant l'équation (A1.9) par temps de (A1.20), cette dernière relation donne :

$$\begin{aligned} \frac{l_{md}}{l_{ff}} \psi_f &= l_{md} i_f - \frac{l_{md}^2}{l_{ff}} i_d + l_d i_d - l_d i_d \\ &= \psi_d + (l_d - \frac{l_{md}^2}{l_{ff}}) i_d = \psi_d + l'_d i_d \quad (A1.23) \end{aligned}$$

$$\frac{d\Delta\psi_d}{dt} + l'_d \frac{d\Delta i_d}{dt} = \frac{l_{md}}{l_{ff}} \Delta V_f - \frac{l_{md}}{l_{ff}} r_f \Delta i_f$$

En multipliant cette dernière par ω_o , on a :

$$\frac{d\omega_o \Delta\psi_d}{dt} + x'_d \frac{d\Delta i_d}{dt} = \frac{x_{md}}{l_{ff}} \Delta V_f - \frac{r_f}{l_{ff}} x_{md} \Delta i_f \quad (A1.24)$$

La relation (A1.20) dans (A1.14) donne, en ajoutant $r_a \Delta i_d$ à chaque membre et en prenant la dérivée par rapport au temps on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta V_q}{dt} + r_a \frac{d\Delta i_d}{dt} &= -v_r \sin \delta_o \Delta \omega + (r_e + r_a) \frac{d\Delta i_q}{dt} \\ &\quad + x_e \frac{d\Delta i_d}{dt} \end{aligned}$$

Avec la dérivée par rapport au temps de (A1.20), cette dernière relation donne :

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta V_q}{dt} + r_a \frac{d\Delta i_d}{dt} &= -v_r \sin \delta_o \Delta \omega + (r_e + r_a) \left(\frac{v_r \cos \delta_o}{x_e + x_q} \Delta \omega + \frac{r_e + r_a}{x_e + x_q} \frac{d\Delta i_d}{dt} \right) + \\ &\quad x_e \frac{d\Delta i_d}{dt} = \left(-v_r \sin \delta_o + \frac{r_e + r_a}{x_e + x_q} v_r \cos \delta_o \right) \Delta \omega + \end{aligned}$$

$$\left[\frac{(r_e + r_a)^2}{x_e + x_q} + x_e \right] \frac{d\Delta i_d}{dt} \quad (A1.25)$$

La relation (A1.25) ainsi que la variation de l'équation (A1.2) dans (A1.24), donnent :

$$\begin{aligned} & \left(-v_r \sin \delta_o + \frac{r_e + r_a}{x_e + x_q} v_r \cos \delta_o \right) \Delta \omega \\ & + \left[\frac{(r_e + r_a)^2}{x_e + x_q} + x_e + x'_d \right] \frac{d\Delta i_d}{dt} \\ & = \frac{x_{md}}{l_{ff}} \Delta v_f - \frac{r_f}{l_{ff}} x_{md} \Delta i_f \end{aligned}$$

ce qui donne :

$$\begin{aligned} & \left[\frac{(r_e + r_a)^2}{x_e + x_q} + x_e + x'_d \right] \frac{d\Delta i_d}{dt} \\ & = \left(v_r \sin \delta_o - \frac{r_e + r_a}{x_e + x_q} v_r \cos \delta_o \right) \Delta \omega \\ & + \frac{x_{md}}{l_{ff}} \Delta v_f - \frac{r_f}{l_{ff}} x_{md} \Delta i_f \end{aligned}$$

posons :

$$\begin{aligned} C &= \left[\frac{(r_e + r_a)^2}{x_e + x_q} + x_e + x'_d \right] \\ E &= \left(v_r \sin \delta_o - \frac{r_e + r_a}{x_e + x_q} v_r \cos \delta_o \right) \end{aligned}$$

En utilisant la relation (A1.21), l'expression (A1.26) devient :

$$\begin{aligned} C \frac{d\Delta i_d}{dt} &= E \Delta \omega + \frac{x_{md}}{l_{ff}} \Delta v_f - \frac{r_f}{l_{ff}} \left[(-v_r \sin \delta_o \right. \\ &+ v_r \cos \delta_o \frac{r_e + r_a}{x_e + x_q}) \Delta \delta \\ &+ \left. \left[x_d + x_e + \frac{(r_e + r_a)^2}{x_e + x_q} \right] \Delta i_d \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{r_f}{l_{ff}} \left(v_r \sin \delta_o - v_r \cos \delta_o \frac{r_e + r_a}{x_e + x_q} \right) \Delta \delta + E \Delta \omega - \\ &\frac{r_f}{l_{ff}} \left[x_d + x_e + \frac{(r_e + r_a)^2}{x_e + x_q} \right] \Delta i_d + \frac{x_{md}}{l_{ff}} \Delta v_f \quad (A1.26) \end{aligned}$$

en posant :

$$D = \frac{r_f}{l_{ff}} \left(v_r \sin \delta_o - v_r \cos \delta_o \frac{r_e + r_a}{x_e + x_q} \right)$$

$$F = - \frac{r_f}{l_{ff}} \left[x_d + x_e + \frac{(r_e + r_a)^2}{x_e + x_q} \right]$$

$$G = \frac{x_{md}}{l_{ff}}$$

l'expression (A1.26) peut alors s'écrire :

$$C \frac{d\Delta i_d}{dt} = D \Delta \delta + E \Delta \omega + F \Delta i_d + G \Delta v_f \quad (A1.27)$$

En utilisant (A1.22) dans (A1.27), l'équation devient :

$$\begin{aligned} A_1 \frac{d\Delta i_d}{dt} &= \frac{A_1}{C} \left(D - \frac{FB_1}{A_1} \right) \Delta \delta + \frac{A_1 E}{C} \Delta \omega + \\ &\frac{F}{C} \Delta p_e + \frac{A_1 G}{C} \Delta v_f \quad (A1.28) \end{aligned}$$

en prenant la dérivé par rapport au temps de (A1.22) et en utilisant (A1.28)

dans cette dernière on a :

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta p_e}{dt} &= \frac{A_1}{C} \left(D - \frac{FB_1}{A_1} \right) \Delta \delta + \left(B_1 + \frac{A_1 E}{C} \right) \Delta \omega \\ &+ \frac{F}{C} \Delta p_e + \frac{A_1 G}{C} \Delta v_f \end{aligned}$$

ce qui peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta p_e}{dt} &= \alpha \tau^{-1} \Delta \delta + \beta \tau^{-1} \Delta \omega - \tau^{-1} \Delta p_e + \\ &\gamma \tau^{-1} \Delta v_f \quad (A1.29) \end{aligned}$$

avec

$$\tau = -\frac{C}{F}$$

$$\alpha = -\frac{A_1}{F} \left(D - \frac{FB_1}{A_1} \right)$$

$$\beta = -\frac{C}{F} \left(B_1 + \frac{A_1 E}{C} \right)$$

$$\gamma = -\frac{A_1 G}{F}$$

la variation de l'équation (A1.12),

donne :

$$v_o \Delta v = v_{do} \Delta v_d + v_{qo} \Delta v_q$$

En utilisant (A1.13) et (A1.14) dans

l'expression ci-dessus, on a :

$$\begin{aligned} \Delta v &= \frac{v_{do}}{v_o} (v_r \cos \delta_o \Delta \delta + r_e \Delta i_d - x_e \Delta i_q) \\ &\quad + \frac{v_{qo}}{v_o} (-v_r \sin \delta_o \Delta \delta + r_e \Delta i_q \\ &\quad + x_e \Delta i_d) \\ &= \left(\frac{v_{do}}{v_o} v_r \cos \delta_o - \frac{v_{qo}}{v_o} v_r \sin \delta_o \right) \Delta \delta \\ &\quad + \left(\frac{v_{do}}{v_o} r_e + \frac{v_{qo}}{v_o} x_e \right) \Delta i_d \\ &\quad + \left(-\frac{v_{do}}{v_o} x_e + \frac{v_{qo}}{v_o} r_e \right) \Delta i_q \end{aligned}$$

en posant :

$$U = \left(\frac{v_{do}}{v_o} v_r \cos \delta_o - \frac{v_{qo}}{v_o} v_r \sin \delta_o \right)$$

$$W = \frac{v_{do}}{v_o} r_e + \frac{v_{qo}}{v_o} x_e$$

$$Z = -\frac{v_{do}}{v_o} x_e + \frac{v_{qo}}{v_o} r_e$$

On a:

$$\Delta v = U \Delta \delta + W \Delta i_d + Z \Delta i_q \quad (\text{A1.30})$$

(A1.20) et (A1.22) dans (A1.30)

donnent :

$$\begin{aligned} \Delta v &= U \Delta \delta + W \left(\frac{\Delta P_e}{A_1} - \frac{B_1}{A_1} \Delta \delta \right) + Z \left[\frac{v_r \cos \delta_o}{x_e + x_q} \Delta \delta + \right. \\ &\quad \left. \frac{r_e + r_a}{x_e + x_q} \left(\frac{\Delta P_e}{A_1} - \frac{B_1}{A_1} \Delta \delta \right) \right] \\ &= \left(U - \frac{B_1 W}{A_1} + Z \frac{v_r \cos \delta_o}{x_e + x_q} - Z \frac{r_e + r_a}{x_e + x_q} \frac{B_1}{A_1} \right) \Delta \delta + \\ &\quad \left(\frac{W}{A_1} + \frac{Z}{A_1} \frac{r_e + r_a}{x_e + x_q} \right) \Delta P_e \end{aligned}$$

soit

$$\Delta v = h_1 \Delta \delta + h_3 \Delta p_e \quad (\text{A1.31})$$

Avec

$$h_1 = \left(U - \frac{B_1 W}{A_1} + Z \frac{v_r \cos \delta_o}{x_e + x_q} - Z \frac{r_e + r_a}{x_e + x_q} \frac{B_1}{A_1} \right)$$

$$h_3 = \frac{W}{A_1} + \frac{Z}{A_1} \frac{r_e + r_a}{x_e + x_q}$$

la dérivée par rapport au temps de

(A1.31) donne, en utilisant les expression (A1.29) et (A1.30) :

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta v}{dt} &= h_1 \Delta \omega + h_3 (\alpha \tau^{-1} \Delta \delta + \beta \tau^{-1} \Delta \omega \\ &\quad - \tau^{-1} \Delta p_e + \gamma \tau^{-1} \Delta v_f) \end{aligned}$$

=

$$h_1 \Delta \omega + h_3 \alpha \tau^{-1} (h_1^{-1} \Delta v - h_1^{-1} h_3 \Delta p_e) + h_3 \beta \tau^{-1} \Delta \omega - h_3 \tau^{-1} \Delta p_e + h_3 \gamma \tau^{-1} \Delta v_f$$

=

$$\begin{aligned} &\alpha h_1^{-1} h_3 \tau^{-1} \Delta v + (h_1 + h_3 \beta \tau^{-1}) \Delta \omega - \\ &(\alpha \tau^{-1} h_1^{-1} h_3^2 + h_3 \tau^{-1}) \Delta p_e + h_3 \gamma \tau^{-1} \Delta v_f \end{aligned}$$

ce qui s'écrit :

$$\frac{d\Delta V}{dt} = a_{11}\Delta v + a_{12}\Delta\omega + a_{13}\Delta p_e + b_{11}\Delta v_f \quad (A1.32)$$

Avec:

$$a_{11} = \alpha h_1^{-1} h_3 \tau^{-1}$$

$$a_{12} = h_1 + h_3 \beta \tau^{-1}$$

$$a_{13} = -(\alpha \tau^{-1} h_1^{-1} h_3^2 + h_3 \tau^{-1})$$

$$b_{11} = h_3 \gamma \tau^{-1}$$

(A1.32) dans (A1.29) donne:

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta p_e}{dt} &= \alpha \tau^{-1} (h_1^{-1} \Delta v - h_1^{-1} h_3 \Delta p_e) + \beta \tau^{-1} \Delta \omega - \tau^{-1} \Delta p_e + \gamma \tau^{-1} \Delta v_f \\ &= \alpha \tau^{-1} h_1^{-1} \Delta v + \beta \tau^{-1} \Delta \omega - \tau^{-1} (1 + \alpha h_1^{-1} h_3) \Delta p_e + \gamma \tau^{-1} \Delta v_f \\ &= a_{31} \Delta v + a_{32} \Delta \omega + a_{33} \Delta p_e + b_{31} \Delta v_f \end{aligned} \quad (A1.33)$$

avec

$$a_{31} = \alpha \tau^{-1} h_1^{-1}$$

$$a_{32} = \beta \tau^{-1}$$

$$a_{33} = -\tau^{-1} (1 + \alpha h_1^{-1} h_3)$$

$$b_{31} = \gamma \tau^{-1}$$

Les équations (A1.32) et (A1.33) ensemble avec la variation de l'équation (A1.10), donnent le système d'équation cherché. Celui-ci s'écrit sous forme matricielle :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta v \\ \Delta \omega \\ \Delta p_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & -HD & -H \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v \\ \Delta \omega \\ \Delta p_e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & H \\ b_{32} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v_f \\ \Delta p_m \end{bmatrix} \quad (A1.34)$$

et se notent :

$$\dot{x} = A x + B u$$

sous forme analogique, avec le coefficient HD qui représente le terme d'amortissement, dans la pratique considéré $HD = 0$ du fait qu'il est lié à des variations faibles de la vitesse, et

$$x(t + \Delta t) = \Phi x(t) + \Gamma u(t)$$

sous forme discrète, avec :

$$\Phi = \left[I - \frac{A \Delta t}{2} \right]^{-1} \left[I + \frac{A \Delta t}{2} \right]$$

$$\Gamma = \left[I - \frac{A \Delta t}{2} \right]^{-1} B \Delta t$$